

**Первый (очный) этап
Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
8 ноября 2020 г.
Задачи 11 класса
Возможные решения (максимум 10 баллов за задачу)**

1. Теплоход идет с постоянной скоростью v мимо покоящегося катера, который находится на расстоянии l от курса теплохода. Когда расстояние между теплоходом и катером становится минимальным, катер с ускорением a начинает сближаться с курсом теплохода. На каком расстоянии x от теплохода катер пересечет его курс? Какую относительную скорость он будет при этом иметь?

Возможное решение

1) До точки пересечения с курсом теплохода катер пройдет за время t путь $l = \frac{at^2}{2}$

<2 балла>.

2) В момент начала движения катера теплоход находился в точке пересечения его будущей траектории с курсом теплохода и за время t он пройдет путь $s = vt = v\sqrt{\frac{2l}{a}}$, равный искомому расстоянию <3 балла>.

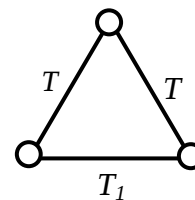
4) Скорость катера в момент, когда он пересечет курс теплохода, $v_1 = at$, и относительная скорость катера и теплохода $v_{отн} = \sqrt{v^2 + v_1^2}$ <2 балла>.

Ответ: $s = v\sqrt{\frac{2l}{a}}$, $v_{отн} = \sqrt{v^2 + 2la}$ <3 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение пути и времени движения катера	$l = \frac{at^2}{2}$	2
2	Определение расстояния от катера до теплохода в момент пересечения катером курса теплохода	$s = vt$	3
3	Определение относительной скорости в момент пересечения катером курса теплохода	$v_{отн} = \sqrt{v^2 + v_1^2}$	2
6	Получение ответа	$s = v\sqrt{\frac{2l}{a}}$, $v_{отн} = \sqrt{v^2 + 2la}$	3

2. Три одинаковых маленьких заряженных металлических шарика соединены непроводящими нитями, образующими правильный треугольник и находятся в равновесии. Силы натяжения двух нитей T , а третьей – T_1 . Какими станут силы натяжения нитей, если шарики замкнуть между собой тонким проводником? Зарядом на проводнике пренебречь. Кроме сил натяжения нитей на шарика действуют только силы кулоновского взаимодействия между шариками.



Возможное решение

Предположим, что заряд верхнего шарика Q , нижних – q , а сторона треугольника a .

1) Баланс сил, действующих на шарик в вершине треугольника, дает

$$T = \frac{kQq}{a^2}. \quad <2 \text{ балла}>.$$

2) Баланс этих же сил, действующих в направлении основания треугольника

$$T_1 = \frac{kq^2}{a^2}. \quad 2 \text{ балла}>.$$

3) После замыкания заряды шариков поделятся поровну и станут равны $q_1 = \frac{2q + Q}{3}$.

Из предыдущих уравнений $q = a\sqrt{\frac{T_1}{k}}$; $Q = \frac{aT}{\sqrt{kT_1}}$ и $q_1 = \frac{aT}{3\sqrt{kT_1}}(T + 2T_1)$ <2 балла>.

4) Все силы натяжения будут равны T_x , получаемой из условия баланса сил $T_x = \frac{kq_1^2}{a^2}$

<2 балла>.

Ответ: все силы $T_x = \frac{(T + 2T_1)^2}{9T_1}$ <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Баланс сил, действующих на шарик в вершине треугольника	$T = \frac{kQq}{a^2}.$	2
2	Баланс сил, действующих на шарик при основании в направлении основания	$T_1 = \frac{kq^2}{a^2}.$	2
3	Определение зарядов после замыкания	$q_1 = \frac{2q + Q}{3},$ $q_1 = \frac{aT}{3\sqrt{kT_1}}(T + 2T_1)$	2
4	Баланс сил после перераспределения зарядов	$T_x = \frac{kq_1^2}{a^2}$	2
5	Получение ответа	$T_x = \frac{(T + 2T_1)^2}{9T_1}$	2

3. На дне водоема маленький легкий шарик с эластичной оболочкой наполнили воздухом до объема V_0 . Давление воздуха P_0 . К шарiku привязана цепь длины l и массы m . Шарик отпустили, и он начал всплывать, затем остановился в равновесии на некоторой высоте. На каком расстоянии от дна он остановится? Температуру газа считать постоянной, плотность жидкости ρ , цепь настолько длинная, что при установлении равновесия шарика часть ее остается на дне. Действующей на цепь силой Архимеда пренебречь. Ускорение свободного падения g .

Возможное решение

1) Давление на высоте x над дном $P = P_0 - \rho g x$ <1 балл>.

2) Из закона Бойля-Мариотта на высоте x над дном объем шарика будет $V = V_0 P_0 / P = V_0 P_0 / (P_0 - \rho g x)$ <2 балла>.

3) В положении равновесия равны сила тяжести, действующая на вертикальный кусок цепи длины x и сила Архимеда, действующая на шарик и цепь. Получаем уравнение

$$\rho g V = \frac{mgx}{l} \Rightarrow \frac{\rho V_0 P_0}{P_0 - \rho g x} = \frac{mx}{l}.$$

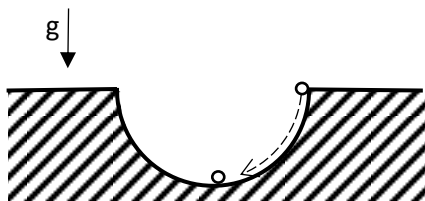
Решая это квадратное уравнение, получаем для точек равновесия два значения - $x_{\min}$ и $x_{\max}$. <2 балла>

4) При малых x выталкивающая сила имеет значительную величину, а вес поднятой цепи пренебрежимо мал, суммарная действующая на шарик сила направлена вверх. При переходе через точку равновесия $x_{\min}$ знак силы меняется. Сила является возвращающей и равновесие вблизи $x_{\min}$ устойчивое. Равновесие вблизи $x_{\max}$ неустойчивое <3 балла>.

Ответ: $x_{\min} = \frac{P_0}{2\rho g} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4V_0 \rho^2 g l}{m P_0}} \right)$ <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Давление на высоте x над дном	$P = P_0 - \rho g x$	1
2	Закона Бойля-Мариотта	$V = V_0 P_0 / P = V_0 P_0 / (P_0 - \rho g x)$	2
3	Условие механического равновесия	$\rho g V = \frac{mgx}{l} \Rightarrow \frac{\rho V_0 P_0}{P_0 - \rho g x} = \frac{mx}{l}$	2
4	Обоснование устойчивости ближайшей ко дну точки равновесия		3
5	Получение ответа	$x_{\min} = \frac{P_0}{2\rho g} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4V_0 \rho^2 g l}{m P_0}} \right)$	2



4. Маленький шарик соскальзывает с края закрепленной полусферической лунки радиуса R на дне которой лежит второй шарик того же размера. После центрального упругого удара первоначально неподвижный шарик в процессе движения поднимается на высоту $2R$ над местом столкновения шариков. Трения нет. На какую максимальную высоту поднимется первый шарик?

Возможное решение

- 1) Налетающий шарик перед ударом имеет скорость $V = \sqrt{2gR}$ <1 балл>.
- 2) Так как второй шарик поднимается на высоту $2R$, его скорость после удара равна $V_2 = \sqrt{2 \cdot 2gR} = V\sqrt{2}$ <2 балла>.
- 3) Обозначим массу налетающего шарика M , второго шарика m , скорость налетающего шарика после удара u и запишем законы сохранения импульса и энергии при ударе <3 балла>

$$MV = Mu + mV\sqrt{2},$$

$$MV^2 / 2 = Mu^2 / 2 + mV^2.$$

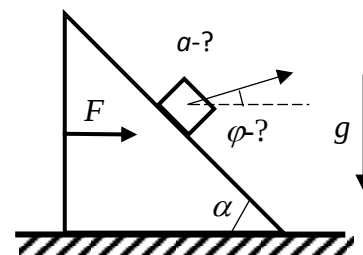
- 4) Решая систему из этих уравнения, получаем $u = V(\sqrt{2} - 1)$ <2 балла>.
- 5) Высота подъема первого шарика будет $h = \frac{u^2}{2g}$ <1 балл>.

Ответ: $h = R(3 - 2\sqrt{2})$ <1 балл>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение скорости налетающего шарика	$V = \sqrt{2gR}$	1
2	Определение скорости второго шарика после удара	$V_2 = \sqrt{2 \cdot 2gR} = V\sqrt{2}$	2
3	Законы сохранения импульса и энергии при ударе	$MV = Mu + mV\sqrt{2},$ $MV^2 / 2 = Mu^2 / 2 + mV^2.$	3
4	Определение скорости первого шарика после удара	$u = V(\sqrt{2} - 1)$	2
5	Высота подъема первого шарика в зависимости от его скорости	$h = \frac{u^2}{2g}$	1
6	Получение ответа	$h = R(3 - 2\sqrt{2})$	1

5. Невесомый клин находится на горизонтальной поверхности. На склоне клина находится тело массой m . Слева к клину приложена сила F . Трения нет. Найти ускорение тела. Какой угол с горизонтом составляет это ускорение? Ускорение свободного падения g . Склон клина составляет угол α к горизонту.



Возможное решение

1) Так как клин невесомый, то сумма действующих на него сил равна нулю. Значит, горизонтальная составляющая реакции опоры тела на клин компенсирует силу F :

$$N \sin \alpha = F \quad <2 \text{ балла}>.$$

2) На тело действует реакция опоры и сила тяжести $<1 \text{ балл}>.$

3) II закон Ньютона для тела, вертикальное направление: $ma_y = N \cdot \cos \alpha - mg$ $<2 \text{ балла}>.$

4) II закон Ньютона для тела, горизонтальное направление: $ma_x = N \cdot \sin \alpha$ $<2 \text{ балла}>.$

Ускорение тела $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{\left(\frac{F}{m \cdot \sin \alpha}\right)^2 + g^2 - 2 \frac{F}{m \cdot \sin \alpha} g \cdot \cos \alpha}$, угол с горизонтом находим через выражение $\operatorname{tg} \varphi = \frac{a_y}{a_x} = \frac{F \cdot \cos \alpha - mg \cdot \sin \alpha}{F \cdot \sin \alpha}$.

$$\text{Ответ: } a = \sqrt{\left(\frac{F}{m \cdot \sin \alpha}\right)^2 + g^2 - 2 \frac{F}{m \cdot \sin \alpha} g \cdot \cos \alpha}, \operatorname{tg} \varphi = \frac{F \cdot \cos \alpha - mg \cdot \sin \alpha}{F \cdot \sin \alpha} \quad <3 \text{ балла}>.$$

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	II закон Ньютона для бруска	$N \sin \alpha = F$	2
2	Указание сил, действующих на тело		1
3	II закон Ньютона для тела, вертикальное направление	$ma_y = N \cdot \cos \alpha - mg$	2
4	II закон Ньютона для тела, горизонтальное направление	$ma_x = N \cdot \sin \alpha$	2
5	Получение ответа	$a = \sqrt{\left(\frac{F}{m \cdot \sin \alpha}\right)^2 + g^2 - 2 \frac{F}{m \cdot \sin \alpha} g \cdot \cos \alpha},$ $\operatorname{tg} \varphi = \frac{F \cdot \cos \alpha - mg \cdot \sin \alpha}{F \cdot \sin \alpha}$	3

Задача не считается решенной, если приводится только ответ!

Желаем успеха!